International Baccalaureate®
Baccalauréat International
Bachillerato Internacional

Programme du diplôme

Livret de formules pour le cours de Mathématiques : analyse et approches

À utiliser en cours et durant les examens
Premiers examens en 2021

Version 1.3

© International Baccalaureate Organization 2019

Contenu

Acquis antérieurs

NM et NS 2

Thème 1 : Nombres et algèbre

NM et NS 3

NS seulement 4

Thème 2 : Fonctions

NM et NS 5

NS seulement 5

Thème 3 : Géométrie et trigonométrie

NM et NS 6

NS seulement 7

Thème 4 : Statistiques et probabilités

NM et NS 9

NS seulement 10

Thème 5 : Analyse mathématique

NM et NS 11

NS seulement 12

Acquis antérieurs – NM et NS

Aire d'un parallélogramme	$A = bh$, où b est la base, h est la hauteur
Aire d'un triangle	$A = \frac{1}{2}(bh)$, où b est la base, h est la hauteur
Aire d'un trapèze	$A = \frac{1}{2}(a+b)h$, où a et b sont les côtés parallèles, h est la hauteur
Aire d'un cercle	$A = \pi r^2$, où r est le rayon
Circonférence d'un cercle	$C = 2\pi r$, où r est le rayon
Volume d'un cuboïde	$V = lwh$, où l est la longueur, w est la largeur, h est la hauteur
Volume d'un cylindre	$V = \pi r^2 h$, où r est le rayon, h est la hauteur
Volume d'un prisme	$V = Ah$, où A est l'aire de la base, h est la hauteur
Aire de la surface latérale d'un cylindre	$A = 2\pi rh$, où r est le rayon, h est la hauteur
Distance entre deux points (x_1, y_1) et (x_2, y_2)	$d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$
Coordonnées du point milieu d'un segment dont les extrémités sont (x_1, y_1) et (x_2, y_2)	$\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$

Thème 1 : Nombres et algèbre – NM et NS

NM 1.2	Le $n^{\text{ième}}$ terme d'une suite arithmétique	$u_n = u_1 + (n-1)d$
	La somme des n premiers termes d'une suite arithmétique	$S_n = \frac{n}{2}\left(2u_1 + (n-1)d\right)$; $S_n = \frac{n}{2}(u_1 + u_n)$
NM 1.3	Le $n^{\text{ième}}$ terme d'une suite géométrique	$u_n = u_1 r^{n-1}$
	La somme des n premiers termes d'une suite géométrique	$S_n = \frac{u_1(r^n - 1)}{r-1} = \frac{u_1(1-r^n)}{1-r}$, $r \neq 1$
NM 1.4	Intérêts composés	$VF = VA \times \left(1 + \frac{r}{100k}\right)^{kn}$, où VF est la valeur future, VA est la valeur actuelle, n est le nombre d'années, k est le nombre de périodes de composition par année, r % est le taux d'intérêt nominal annuel
NM 1.5	Exposants et logarithmes	$a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b$, où $a > 0, b > 0, a \neq 1$
NM 1.7	Lois des logarithmes	$\log_a xy = \log_a x + \log_a y$ $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$ $\log_a x^m = m \log_a x$ $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$
NM 1.8	La somme d'une suite géométrique infinie	$S_\infty = \frac{u_1}{1-r}$, $\lvert r \rvert < 1$
NM 1.9	Formule du binôme de Newton $n \in \mathbb{N}$	$(a+b)^n = a^n + {}^n\mathrm{C}_1\, a^{n-1}b + \ldots + {}^n\mathrm{C}_r\, a^{n-r}b^r + \ldots + b^n$ ${}^n\mathrm{C}_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$

Thème 1 : Nombres et algèbre – NS seulement

MCNS 1.10	Combinaisons	$^{n}\mathrm{C}_{r} = \dfrac{n!}{r!(n-r)!}$
	Permutations	$^{n}\mathrm{P}_{r} = \dfrac{n!}{(n-r)!}$
	Extension de la formule du binôme de Newton $n \in \mathbb{Q}$	$(a+b)^{n} = a^{n}\left(1 + n\left(\dfrac{b}{a}\right) + \dfrac{n(n-1)}{2!}\left(\dfrac{b}{a}\right)^{2} + \ldots\right)$
MCNS 1.12	Nombres complexes	$z = a + b\mathrm{i}$
MCNS 1.13	Forme module-argument (polaire) et forme exponentielle (Euler)	$z = r(\cos\theta + \mathrm{i}\sin\theta) = r\mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta} = r\operatorname{cis}\theta$
MCNS 1.14	Formule de De Moivre	$\left[r(\cos\theta + \mathrm{i}\sin\theta)\right]^{n} = r^{n}(\cos n\theta + \mathrm{i}\sin n\theta) = r^{n}\mathrm{e}^{\mathrm{i}n\theta} = r^{n}\operatorname{cis} n\theta$

Thème 2 : Fonctions – NM et NS

NM 2.1	Équations d'une droite Formule pour la pente	$y = mx + c$; $ax + by + d = 0$; $y - y_1 = m(x - x_1)$ $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
NM 2.6	Axe de symétrie de la représentation graphique d'une fonction du second degré	$f(x) = ax^2 + bx + c \Rightarrow$ l'axe de symétrie est $x = -\frac{b}{2a}$
NM 2.7	Solutions d'une équation du second degré Discriminant	$ax^2 + bx + c = 0 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \ a \neq 0$ $\Delta = b^2 - 4ac$
NM 2.9	Fonctions exponentielles et logarithmiques	$a^x = \mathrm{e}^{x \ln a}$; $\log_a a^x = x = a^{\log_a x}$ où $a, x > 0, a \neq 1$

Thème 2 : Fonctions – NS seulement

MCNS 2.12	Somme et produit des racines d'équations polynomiales de la forme $\sum_{r=0}^{n} a_r x^r = 0$	La somme est $\frac{-a_{n-1}}{a_n}$; le produit est $\frac{(-1)^n a_0}{a_n}$

Thème 3 : Géométrie et trigonométrie – NM et NS

NM 3.1	Distance entre deux points (x_1, y_1, z_1) et (x_2, y_2, z_2)	$d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2}$
	Coordonnées du point milieu d'un segment dont les extrémités sont (x_1, y_1, z_1) et (x_2, y_2, z_2)	$\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}, \frac{z_1 + z_2}{2} \right)$
	Volume d'une pyramide droite	$V = \frac{1}{3}Ah$, où A est l'aire de la base, h est la hauteur
	Volume d'un cône droit	$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$, où r est le rayon, h est la hauteur
	Aire de la surface latérale d'un cône	$A = \pi rl$, où r est le rayon, l est la hauteur oblique (l'apothème)
	Volume d'une sphère	$V = \frac{4}{3}\pi r^3$, où r est le rayon
	Aire de la surface d'une sphère	$A = 4\pi r^2$, où r est le rayon
NM 3.2	Loi des sinus	$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$
	Loi des cosinus	$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$; $\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$
	Aire d'un triangle	$A = \frac{1}{2}ab\sin C$
NM 3.4	Longueur d'un arc	$l = r\theta$, où r est le rayon, θ est l'angle mesuré en radians
	Aire d'un secteur	$A = \frac{1}{2}r^2\theta$, où r est le rayon, θ est l'angle mesuré en radians

NM 3.5	Identité pour $\tan\theta$	$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$
NM 3.6	Identité de Pythagore Identités de l'angle double	$\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$ $\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$ $\cos 2\theta = \cos^2\theta - \sin^2\theta = 2\cos^2\theta - 1 = 1 - 2\sin^2\theta$

Thème 3 : Géométrie et trigonométrie – NS seulement

MCNS 3.9	Rapports trigonométriques inverses Identités de Pythagore	$\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta}$ $\operatorname{cosec}\theta = \frac{1}{\sin\theta}$ $1 + \tan^2\theta = \sec^2\theta$ $1 + \cot^2\theta = \operatorname{cosec}^2\theta$
MCNS 3.10	Formules de la somme et de la différence de deux angles Identité de l'angle double pour tan	$\sin(A \pm B) = \sin A\cos B \pm \cos A\sin B$ $\cos(A \pm B) = \cos A\cos B \mp \sin A\sin B$ $\tan(A \pm B) = \frac{\tan A \pm \tan B}{1 \mp \tan A\tan B}$ $\tan 2\theta = \frac{2\tan\theta}{1 - \tan^2\theta}$
MCNS 3.12	Norme d'un vecteur	$\lvert \boldsymbol{v} \rvert = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2}$, où $\boldsymbol{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix}$

MCNS 3.13	Produit scalaire	$\boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{w} = v_1 w_1 + v_2 w_2 + v_3 w_3$, où $\boldsymbol{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{w} = \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{pmatrix}$ $\boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{w} = \left\| \boldsymbol{v} \right\| \left\| \boldsymbol{w} \right\| \cos\theta$, où θ est l'angle entre $\boldsymbol{v}$ et $\boldsymbol{w}$
	Angle entre deux vecteurs	$\cos\theta = \dfrac{v_1 w_1 + v_2 w_2 + v_3 w_3}{\left\| \boldsymbol{v} \right\| \left\| \boldsymbol{w} \right\|}$
MCNS 3.14	Équation vectorielle d'une droite	$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{a} + \lambda \boldsymbol{b}$
	Forme paramétrique de l'équation d'une droite	$x = x_0 + \lambda l,\ y = y_0 + \lambda m,\ z = z_0 + \lambda n$
	Forme symétrique de l'équation d'une droite	$\dfrac{x - x_0}{l} = \dfrac{y - y_0}{m} = \dfrac{z - z_0}{n}$
MCNS 3.16	Produit vectoriel	$\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{w} = \begin{pmatrix} v_2 w_3 - v_3 w_2 \\ v_3 w_1 - v_1 w_3 \\ v_1 w_2 - v_2 w_1 \end{pmatrix}$, où $\boldsymbol{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{w} = \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{pmatrix}$ $\left\| \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{w} \right\| = \left\| \boldsymbol{v} \right\| \left\| \boldsymbol{w} \right\| \sin\theta$, où θ est l'angle entre $\boldsymbol{v}$ et $\boldsymbol{w}$
	Aire d'un parallélogramme	$A = \left\| \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{w} \right\|$ où $\boldsymbol{v}$ et $\boldsymbol{w}$ forment deux côtés adjacents d'un parallélogramme
MCNS 3.17	Équation vectorielle d'un plan	$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{a} + \lambda \boldsymbol{b} + \mu \boldsymbol{c}$
	Équation d'un plan (utilisant le vecteur normal)	$\boldsymbol{r} \cdot \boldsymbol{n} = \boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{n}$
	Équation cartésienne d'un plan	$ax + by + cz = d$

Thème 4 : Statistiques et probabilités – NM et NS

NM 4.2	Écart interquartile	$\mathrm{EI} = Q_3 - Q_1$
NM 4.3	Moyenne ($\overline{x}$) d'un ensemble de données	$\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i x_i}{n}$, où $n = \sum_{i=1}^{k} f_i$
NM 4.5	Probabilité d'un événement A	$\mathrm{P}(A) = \frac{n(A)}{n(U)}$
	Événements complémentaires	$\mathrm{P}(A) + \mathrm{P}(A') = 1$
NM 4.6	Événements composés	$\mathrm{P}(A \cup B) = \mathrm{P}(A) + \mathrm{P}(B) - \mathrm{P}(A \cap B)$
	Événements incompatibles	$\mathrm{P}(A \cup B) = \mathrm{P}(A) + \mathrm{P}(B)$
	Probabilité conditionnelle	$\mathrm{P}(A \mid B) = \frac{\mathrm{P}(A \cap B)}{\mathrm{P}(B)}$
	Événements indépendants	$\mathrm{P}(A \cap B) = \mathrm{P}(A)\,\mathrm{P}(B)$
NM 4.7	Espérance mathématique d'une variable aléatoire discrète X	$\mathrm{E}(X) = \sum x\,\mathrm{P}(X = x)$
NM 4.8	Distribution binomiale $X \sim \mathrm{B}(n, p)$	
	Moyenne	$\mathrm{E}(X) = np$
	Variance	$\mathrm{Var}(X) = np(1-p)$
NM 4.12	Variable normale centrée réduite (cote z)	$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$

Thème 4 : Statistiques et probabilités – NS seulement

MCNS 4.13	Théorème de Bayes	$\mathrm{P}(B \mid A) = \dfrac{\mathrm{P}(B)\ \mathrm{P}(A \mid B)}{\mathrm{P}(B)\ \mathrm{P}(A \mid B) + \mathrm{P}(B')\ \mathrm{P}(A \mid B')}$ $\mathrm{P}(B_i \mid A) = \dfrac{\mathrm{P}(B_i)\mathrm{P}(A \mid B_i)}{\mathrm{P}(B_1)\mathrm{P}(A \mid B_1) + \mathrm{P}(B_2)\mathrm{P}(A \mid B_2) + \mathrm{P}(B_3)\mathrm{P}(A \mid B_3)}$
MCNS 4.14	Variance σ^2	$\sigma^2 = \dfrac{\sum_{i=1}^{k} f_i \left(x_i - \mu\right)^2}{n} = \dfrac{\sum_{i=1}^{k} f_i {x_i}^2}{n} - \mu^2$
	Écart-type σ	$\sigma = \sqrt{\dfrac{\sum_{i=1}^{k} f_i \left(x_i - \mu\right)^2}{n}}$
	Transformation linéaire d'une seule variable aléatoire	$\mathrm{E}\left(aX + b\right) = a\mathrm{E}(X) + b$ $\mathrm{Var}\left(aX + b\right) = a^2\ \mathrm{Var}(X)$
	Espérance mathématique d'une variable aléatoire continue X	$\mathrm{E}(X) = \mu = \int_{-\infty}^{\infty} x\, f(x)\, \mathrm{d}x$
	Variance	$\mathrm{Var}(X) = \mathrm{E}\left[(X - \mu)^2\right] = \mathrm{E}(X^2) - \left[\mathrm{E}(X)\right]^2$
	Variance d'une variable aléatoire discrète X	$\mathrm{Var}(X) = \sum (x - \mu)^2\ \mathrm{P}(X = x) = \sum x^2\ \mathrm{P}(X = x) - \mu^2$
	Variance d'une variable aléatoire continue X	$\mathrm{Var}(X) = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^2 f(x)\, \mathrm{d}x = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x)\, \mathrm{d}x - \mu^2$

Thème 5 : Analyse mathématique – NM et NS

NM 5.3	Dérivée de x^n	$f(x) = x^n \Rightarrow f'(x) = nx^{n-1}$
NM 5.5	Intégrale de x^n	$\int x^n \, \mathrm{d}x = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, \, n \neq -1$
	Aire de la région délimitée par une courbe $y = f(x)$ et par l'axe des abscisses, où $f(x) > 0$	$A = \int_a^b y \, \mathrm{d}x$
NM 5.6	Dérivée de $\sin x$	$f(x) = \sin x \Rightarrow f'(x) = \cos x$
	Dérivée de $\cos x$	$f(x) = \cos x \Rightarrow f'(x) = -\sin x$
	Dérivée de e^x	$f(x) = \mathrm{e}^x \Rightarrow f'(x) = \mathrm{e}^x$
	Dérivée de $\ln x$	$f(x) = \ln x \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{x}$
	Règle de dérivation en chaîne	$y = g(u)$, où $u = f(x) \Rightarrow \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}u} \times \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}x}$
	Règle de dérivation du produit	$y = uv \Rightarrow \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = u\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x} + v\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}x}$
	Règle de dérivation du quotient	$y = \frac{u}{v} \Rightarrow \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = \frac{v\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}x} - u\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}}{v^2}$
NM 5.9	Accélération	$a = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2 s}{\mathrm{d}t^2}$
	Distance parcourue entre t_1 et t_2	distance $= \int_{t_1}^{t_2} \lvert v(t) \rvert \mathrm{d}t$
	Déplacement entre t_1 et t_2	déplacement $= \int_{t_1}^{t_2} v(t) \mathrm{d}t$

NM 5.10	Intégrales classiques	$\int \frac{1}{x}\,\mathrm{d}x = \ln\lvert x\rvert + C$ $\int \sin x\,\mathrm{d}x = -\cos x + C$ $\int \cos x\,\mathrm{d}x = \sin x + C$ $\int \mathrm{e}^x\,\mathrm{d}x = \mathrm{e}^x + C$
NM 5.11	Aire d'une région délimitée par une courbe et par l'axe des abscisses	$A = \int_a^b \lvert y\rvert\,\mathrm{d}x$

Thème 5 : Analyse mathématique – NS seulement

MCNS 5.12	Définition formelle de la dérivée de $f(x)$	$y = f(x) \Rightarrow \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = f'(x) = \lim_{h\to 0}\left(\frac{f(x+h)-f(x)}{h}\right)$
MCNS 5.15	Dérivés classiques	
	$\tan x$	$f(x) = \tan x \Rightarrow f'(x) = \sec^2 x$
	$\sec x$	$f(x) = \sec x \Rightarrow f'(x) = \sec x \tan x$
	$\operatorname{cosec} x$	$f(x) = \operatorname{cosec} x \Rightarrow f'(x) = -\operatorname{cosec} x \cot x$
	$\cot x$	$f(x) = \cot x \Rightarrow f'(x) = -\operatorname{cosec}^2 x$
	a^x	$f(x) = a^x \Rightarrow f'(x) = a^x (\ln a)$
	$\log_a x$	$f(x) = \log_a x \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{x \ln a}$
	$\arcsin x$	$f(x) = \arcsin x \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
	$\arccos x$	$f(x) = \arccos x \Rightarrow f'(x) = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
	$\arctan x$	$f(x) = \arctan x \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{1+x^2}$

MCNS 5.15	Intégrales classiques	$\int a^x \,\mathrm{d}x = \frac{1}{\ln a} a^x + C$ $\int \frac{1}{a^2 + x^2} \mathrm{d}x = \frac{1}{a} \arctan\left(\frac{x}{a}\right) + C$ $\int \frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}} \mathrm{d}x = \arcsin\left(\frac{x}{a}\right) + C, \quad \lvert x \rvert < a$
MCNS 5.16	Intégration par parties	$\int u \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x} \mathrm{d}x = uv - \int v \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}x} \mathrm{d}x$ ou $\int u \,\mathrm{d}v = uv - \int v \,\mathrm{d}u$
MCNS 5.17	Aire d'une région délimitée par une courbe et par l'axe des ordonnées	$A = \int_a^b \lvert x \rvert \mathrm{d}y$
	Volume de révolution autour de l'axe des abscisses ou de l'axe des ordonnées	$V = \int_a^b \pi y^2 \mathrm{d}x$ ou $V = \int_a^b \pi x^2 \mathrm{d}y$
MCNS 5.18	Méthode d'Euler	$y_{n+1} = y_n + h \times f(x_n, y_n)$; $x_{n+1} = x_n + h$, où h est une constante (longueur du pas)
	Facteur intégrant pour $y' + P(x)y = Q(x)$	$\mathrm{e}^{\int P(x) \mathrm{d}x}$
MCNS 5.19	Série de Maclaurin	$f(x) = f(0) + x f'(0) + \frac{x^2}{2!} f''(0) + \ldots$
	Séries de Maclaurin pour des fonctions particulières	$\mathrm{e}^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \ldots$ $\ln(1 + x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \ldots$ $\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \ldots$ $\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \ldots$ $\arctan x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \ldots$